

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E ERROS EM MATEMÁTICA

Antonio Cardoso do Amaral

Doutorando em Ensino de Matemática - PEMAT/UFRJ
Professor na Escola CETI Augustinho Brandão, Cocal dos Alves (PI)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3047-1674>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8804126701223679>

E-mail: acadoamaral@gmail.br

RESUMO

Este artigo tem como objetivo abordar sobre a noção de Obstáculo Epistemológico fazendo correlação com o erro em Matemática, estabelecendo relação a algumas situações vividas com alunos ao longo da nossa experiência como professor de matemática na sala de aula do Ensino Fundamental e Ensino Médio. As ideias aqui desenvolvidas decorrem de anotações teóricas de aula expositivas sobre o a temática e da leitura de algumas referências pesquisadas para essa atividade. Nossa intenção promover reflexões capaz de nortear a trabalhos futuros, uma vez que o tema em destaque oferece curiosidade para todo o professor que vive esse processo de busca pelo ensino e aprendizagem.

Palavras-Chave: Obstáculo Epistemológico; Educação Matemática; Aulas; Ensino Fundamental

EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES AND ERRORS IN MATHEMATICS ABSTRACT

ABSTRACT

This article aims to address the notion of Epistemological Obstacle making a correlation with the error in Mathematics, establishing a relationship with some situations experienced with students throughout our experience as a mathematics teacher in the elementary and high school classroom. The ideas developed here stem from theoretical lecture notes on the subject and from reading some references researched for this activity. Our intention is to promote reflections capable of guiding future work, since the highlighted theme offers curiosity to every teacher who lives this process of searching for teaching and learning.

Key words: Epistemological Obstacle; Mathematics Education; Classes; Elementary School

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS Y ERRORES EN MATEMÁTICAS

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo abordar la noción de Obstáculo Epistemológico haciendo una correlación con el error en Matemática, estableciendo una relación con algunas situaciones vividas con los estudiantes a lo largo de nuestra experiencia como docente de matemáticas en el aula de primaria y secundaria. Las ideas aquí desarrolladas provienen de apuntes teóricos sobre el tema y de la lectura de algunas referencias investigadas para esta actividad. Nuestra intención es promover reflexiones capaces de orientar trabajos futuros, ya que el tema destacado ofrece curiosidad a todo docente que vive este proceso de búsqueda de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Obstáculo Epistemológico; Educación Matemática; Clases; Enseñanza Fundamental.

1 INTRODUÇÃO

As poucas páginas escritas nesse trabalho esboçarão algumas ideias em torno da noção de Obstáculo Epistemológico fazendo correlação com o erro em Matemática. Tudo a ser colocado aqui desenvolve-se a partir das anotações da aula expositiva sobre o mesmo tema e da leitura de algumas referências pesquisadas para essa atividade. Procuraremos relacionar toda a nossa compreensão do assunto a algumas situações vividas com alunos ao longo da nossa experiência como professor de matemática na sala de aula do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Nosso trabalho se desenvolverá em torno de dois eixos que conduzirão toda a nossa escrita: (1) comentários de fragmentos de textos da literatura reunida para o

trabalho e (2) exposição de situações vividas em sala ou em estudos que geraram inquietações de obstáculo de aprendizagem ou erro.

Além da oportunidade para o aprofundamento no tema de estudo, esperamos produzir um texto que possa nos nortear a trabalhos futuros, uma vez que o tema em destaque oferece curiosidade para todo o professor que vive esse processo de busca pelo ensino e aprendizagem.

A proposição das ideias do conceito de obstáculo epistemológico promovida inicialmente por Bachelard (1986) abrange um importante campo de estudo no seio da epistemologia do conhecimento. Não obstante, todo o interesse pelo tema, para reforçar, continuaremos em busca de uma compreensão cada vez mais apurada, nos debruçaremos nos escritos sobre obstáculo epistemológico a partir da literatura dada por Guy Brousseau, pelo fato de que suas ideias se voltam para a didática da matemática. A didática demonstra interesse principal ao estudo das condições a serem cumpridas pelos alunos em situação de aula.

2 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

A introdução do conceito de obstáculo epistemológico é feita por Gaston Bachelard no ano de 1938. O autor investigou a formação do espírito científico. Nos seus estudos, os destaques sobre os conflitos entre as etapas de desenvolvimento do conhecimento científico são devidos à tentativa da superposição entre as experiências vividas e a elaboração posterior da crítica científica:

Na formação do espírito científico, o primeiro obstáculo é a experiência primeira, a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pôde intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui, de forma alguma, uma base segura [...]. Eis, portanto, a tese filosófica que vamos sustentar: o espírito científico deve formar-se contra a Natureza, contra o que é, em nós e fora de nós, o impulso e a informação da Natureza [...]. O espírito científico deve formar-se enquanto se reforma BACHELARD, (1996 *apud* SCHUBRING, 2018, p. 19).

É como se o ato de conhecer dar-se contra (ou em conflito) com um conhecimento anterior em um processo de desconstrução de conhecimentos anteriormente estabelecidos. Na prática, o conhecimento presente e maduro resiste ao novo.

Bachelard (1986) investiga inclusive sobre que condições psicológicas acontece o progresso da ciência. Mas é mais forte a convicção de que é em termos de obstáculos que a discussão acerca do conhecimento científico deve ser colocado. Ou seja, os conflitos consolidam as evidências, ou argumentos científicos, clareando as ideias do pensamento empírico:

é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. (BACHELARD, 1996, p.17).

As várias concepções sobre a construção do conhecimento estão postas por Bachelard, sobretudo, do ponto de vista da compreensão das ciências.

O saber de conceitos matemáticos, por sua vez, vê-se participando do estudo sobre obstáculos epistemológicos dentro do que se conhece como Didática da Matemática. Os estudos de Bachelard são então adotados a partir de 1976 por outro pesquisador francês, Guy Brousseau, para fins de entendimento e estudos sobre os erros dos estudantes em Matemática:

Quando Guy Brousseau adotou em “*Didática da Matemática*”, em 1976, a concepção de Bachelard, teve a intenção de desenvolver uma teoria que facilitasse estudar e explicar os erros dos alunos como estratégias particulares ou pessoais. Parece que Brousseau podia sentir sua adaptação confirmada por uma convergência ou mesmo uma ressonância entre a teoria filosófico-histórica de Bachelard e a teoria de Jean Piaget (SCHUBRING, 2018, p. 19).

Brousseau identifica contradições entre diferentes estados do conhecimento

na sua teoria didática: “o conhecimento mostra-se eficaz quando aplicado nessas áreas restritas, mas revela-se como um obstáculo logo que aplicado a situações de um estado superior” (SCHUBRING, 2018, p. 20). E sugere a possibilidade de um conhecimento como obstáculo para o seu progresso em um novo estado. Ele ainda classificou os obstáculos conforme a sua origem em obstáculos de origem ontogênica, de origem didática e de origem epistemológica:

Os obstáculos de origem ontogênica são os que surgem devido às limitações (neurofisiológicas, entre outras) do aluno em algum momento do seu desenvolvimento. O aluno desenvolve os conhecimentos apropriados aos seus meios e seus objetivos nessa idade; obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou um projeto do sistema educativo; os obstáculos de origem epistemológica são aqueles que não se pode nem se deve fugir, por causa do seu papel constitutivo do conhecimento referido. Podemos encontrá-los na história dos conceitos (BROUSSEAU, 1998, *Apud* BORGES, OLIVEIRA, p. 3).

Qualquer que seja a proposta que procura facilitar o entendimento dos erros apresentados pelos alunos no processo de aprendizagem passa necessariamente pela ideia de obstáculo. Entendemos a importância de uma organização da noção de obstáculo epistemológico para uma teoria que se volte para a didática a partir da identificação do obstáculo. No entanto, parece que qualquer classificação não consegue incorporar todas as questões ligadas aos obstáculos, conseqüentemente aos erros.

2.1 Uma situação de obstáculo epistemológico para o professor

Vejam, por exemplo, a importância de o conceito de obstáculo epistemológico para o professor de matemática, a necessidade de uma reflexão sobre o tipo de saber do professor para o ensino. Não simplesmente o saber do currículo, mas aquele capaz de apontar a reflexão para a Matemática.

Nesse momento, eu quero dar meu testemunho como professor e revelar o meu maior obstáculo para a compreensão de um dado conceito.

Parece razoável ouvir de colegas professores o quanto foi difícil absorver a ideia, conseqüentemente, o conceito e a definição, de limite de uma função, no curso de graduação. Não foi diferente comigo, e talvez eu ainda não tenha total domínio do assunto com nível de segurança para fazê-lo ser compreendido em aula. É claro que as ilustrações gráficas favorecem a compreensão desse tema e, portanto, uma ótima alternativa para seguir a diante no seu ensino e aprendizagem.

Mas o tema que trago para reflexão, embora pareça contido no estudo sobre limites de uma função, é o conceito de módulo de um número real, especialmente no tratamento de função modular:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Equação 1: Função Modular

Embora eu não consiga identificar exatamente os motivos por trás da dificuldade no aprendizado desse conceito, um belo dia soou como um sino na minha cabeça aquilo que me faltava para a verdadeira compreensão da representação simbólica daquilo que nada mais do que representava distâncias para a origem na reta real. Parece que o gargalo se encontrava exatamente no sinal de menos em $-x$, se $x < 0$, mas não sei exatamente. O certo é que, para mim, o domínio desse conceito só chegou quando eu já atuava como professor de Matemática.

A pergunta é: deveríamos classificar esse obstáculo em algum dos três tipos definidos por Brousseau? É de origem didática ou de origem epistemológica?

Para eu dar o melhor de mim no trabalho como professor eu lido com esse tipo de situação como um obstáculo epistemológico de origem didática. E com isso invisto tempo e recurso didático na tentativa de ensinar o conceito de função modular de modo que o aprendizado ocorra com um bom grau de êxito. Mas pode ser que o obstáculo tenha origem nos dois tipos: “Obstáculos de origem verdadeiramente epistemológica são aqueles dos quais não se pode nem se deve fugir, em razão do

papel formativo que assumem no conhecimento que se busca” (BROUSSEAU, 1997, *apud SCHUBRING, 2018, p. 21*). E aqui consideramos que a expressão “papel formativo” faz relação à didática.

2.2 Uma Situação ocorrida em sala de aula de matemática

A pesquisa em Didática da Matemática busca, entre outras coisas, compreender em que condições os alunos adquirem conhecimento e qual processo didático favorece a aprendizagem e a construção do conhecimento. Para Almouloud (2007) os resultados que mais dão sustentação para as pesquisas em educação matemática são os estudos em psicologia, fundamentalmente a partir das hipóteses das pesquisas psicogenéticas e psicologia social. A noção de equilíbrio de Piaget e a ideia de que se aprende em situação de ação formam os principais campos de hipóteses para o estudo: “De acordo com essa visão, os conhecimentos saem de um estado de equilíbrio e passam por fases transitórias, nas quais os conhecimentos anteriores não funcionam bem” (ALMOULOUD, 2007, p. 129). Reunindo a isso às ideias de Bachelard (1938), sobre a noção de obstáculo epistemológico, que sugere o conflito como facilitador à aquisição de conhecimento, tem-se navegado por esse importante campo de investigação na busca de um contorno para a causalidade do erro no ensino. O professor ganha protagonismo na investigação:

Em relação à aprendizagem de conceitos matemáticos, a maioria dos pesquisadores em didática da matemática defende a ideia de que um dos fatores que mais influenciam essa aprendizagem é o tratamento que o professor dá ao erro do aluno. Tal tratamento está intimamente ligado à concepção de aprendizagem que tem esse professor (ALMOULOUD, 2007. p. 131).

Não há qualquer conclusão que liga o erro à incapacidade ou insuficiência de conhecimento por parte do aluno. Pelo contrário, há a possibilidade de que ocorra um movimento com geração de conflitos a fim de estabelecer o conhecimento desejado.

Partiremos agora para uma outra situação, dessa vez ocorrida em uma sala de aula com estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, uma turma com 18

estudantes na sua maioria do 9º ano. Essa sala é menor do que as demais porque reúne estudantes que participarão de um concurso de matemática. Uma das provas de treino apresentou, logo no início, um problema que envolvia o uso do Princípio Multiplicativo de Contagem e envolvia também o conceito de simetria de rotação com figuras planas.

2. Rosa tem quatro cartões quadrados e cada um deles apresenta um polígono regular diferente, de 3 a 6 lados, como mostrado na ilustração.

Ela quer colar esses cartões nos quatro espaços disponíveis da primeira página de um álbum. Dependendo de como ela cola o cartão, as figuras podem ser vistas de maneiras diferentes. Por exemplo, girando o cartão com o triângulo, ele pode ser visto de quatro maneiras diferentes (▲, ▴, ▼, ▾); já o quadrado só pode ser visto de uma única maneira (■).

Figura 1: Problema de Contagem - OBMEP¹

A questão, a princípio, parece conter todas as orientações que antecipam as perguntas, há figuras orientadoras e o mais importante: exemplos de rotações conforme vemos o triângulo vermelho e o quadrado azul no espaço escolhido no álbum.

Depois disso, espera-se boas repostas dos estudantes para a pergunta sobre quantas maneiras diferentes o pentágono ou o hexágono pode ser colocado no espaço.

No item (a), cuja pergunta é sobre o pentágono, todos os estudantes atribuíram respostas para a questão. E do total, 11 estudantes responderam corretamente – 4 modos distintos

¹ Problema da Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas Públicas (OBMEP), segunda fase, nível 2. Retirado de <http://www.obmep.org.br/provas.htm>

a) De quantas maneiras diferentes o pentágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?	Correção Regional	Correção Nacional
b) De quantas maneiras diferentes o hexágono pode ser visto quando colado em um dos espaços do álbum?		

Figura 2: (a) e (b) do Problema 2

Mas atenção! A pergunta principal é: quais as razões para que três estudantes tenham dado resposta igual a 2 e outros dois tenham respondido 5? Fácil! Digo isso porque eu mesmo fiz o comentário da resolução do problema e discuti individualmente com cada aluno: ambas as respostas estão relacionadas aos lados do pentágono (exatamente o lado paralelo ao lado do quadrado do espaço no álbum). A resposta igual a 2 deveu-se – segundo os três estudantes – imaginando o pentágono como está na figura e a sua posição invertida (ponta-a-cabeça). Já a resposta igual a 5 deveu-se à quantidade de lados do pentágono pensado como cada qual, na sua vez, paralelo a um lado do quadrado.

Se entendermos que o problema se coloca de forma bem instrutiva, as respostas são factíveis da percepção dos estudantes e daquilo que já sabem sobre simetria de rotação ou da experiência deles, ou até mesmo do que conseguiram captar na mensagem do texto.

Mas o questionamento que queremos levantar aqui faz referência aos obstáculos epistemológicos. Como identificá-los nessa situação? Em quais tipos podem ser classificados? Será que ao lidar com o problema há geração de aprendizado novo? Que conhecimento deseja-se aferir e para qual utilidade se deve. Essa é uma situação de sala de aula de Matemática, do campo da Didática.

Segundo Schubring (2019), além de educador, Brousseau é um pioneiro na Didática da Matemática. Sua teoria é dedicada para entender as relações que acontecem entre alunos, professores e saberes em sala de aula:

Brousseau aplica a ideia de obstáculos aos erros dos alunos e, por isso, a relação de obstáculo epistemológicos se aplica exclusivamente

à atividade de ensino de matemática, em particular a resolução de problemas. Enquanto que, de certa forma, Bachelard institui a Matemática como uma atividade para desenvolver teorias científicas (SHUBRING, 2019, p. 173).

Vale dizer, ainda conforme Schubring (2019), que as proposições de Brousseau surgem a partir de situações experimentadas e analisadas.

Acreditamos, portanto, que as respostas às perguntas acima vêm de um aprofundamento aos temas da Didática da Matemática. E aqui ficará registrado o nosso interesse nessa investigação para que possamos organizar boas respostas.

Na certeza de que Brousseau aplica suas ideias de obstáculos aos erros dos alunos, gostaria ainda de propor uma investigação dentro da situação do problema de contagem apresentado acima.

O item (c) do problema de contagem busca resposta a uma questão que depende de resultados, entre estes, respostas dadas em (a) e (b).

c) De quantas maneiras diferentes Rosa pode colar os quatro cartões nos quatro espaços da primeira página do álbum?

Figura 3: item (c) do Problema 2

A resposta correta a essa questão exige a aplicação do princípio multiplicativo de contagem em dois momentos: para o cálculo do número de maneiras distintas de posicionar os quatro cartões na primeira página do álbum, $4! = 24$; e esse resultado multiplicado pelo produto do número de modos que cada figura pode ser vista, $4 \times 1 \times 4 \times 2 = 16$. Logo, $24 \times 16 = 384$ é o número total de maneiras distintas de colar os cartões na primeira página do álbum.

Os alunos que não conseguiram dar a resposta correta a esse item, porque se atrapalharam na resposta ao item (a) ou (b), mas mantiveram o raciocínio corretamente, e fizeram as contas corretas com os números “errados”, receberam a mesma nota daqueles que obtiveram a resposta 768 no final. Isso aconteceu com dois estudantes.

O que pretendo questionar, do ponto de vista dos estudos sobre obstáculos

epistemológicos e erros, são as implicações que essa decisão pode acarretar. O quanto isso torna-se viável ou não para uso como aparato didático no ensino.

3 CONCLUSÃO

O erro tem um papel fundamental no processo de ensino. As investigações no campo da didática da matemática na interpretação de Bachelard e na teoria de equilibração de Piaget, sustentados na noção de obstáculo epistemológico, apresentada por Brousseau (1983), passam por uma classificação dos tipos de obstáculos, e percorrem uma análise didática do erro. Para Brousseau:

o erro é a expressão, ou a manifestação explícita, de um conjunto de concepções espontâneas, ou reconstruídas, que, integradas em uma rede coerente de representações cognitivas, torna-se obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conhecimentos (BROUSSEAU, 1983 *apud* ALMOULOU, 2007. p. 132).

A superação desses obstáculos é requisito fundamental no processo de ensino. Brousseau encerra dizendo ainda:

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso (...), mas o efeito de um conhecimento anterior que, por um tempo, era interessante e conduzia ao sucesso, mas agora se mostra falso, ou simplesmente inadaptável. Os erros deste tipo não são erráticos e imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos. Tanto na ação do mestre como na do aluno, o erro é constituído do sentido do conhecimento adquirido (BROUSSEAU, 1983 *apud* ALMOULOU, 2007. p. 132).

Segundo o autor os erros cometidos por um mesmo sujeito estão de alguma forma ligados por uma fonte comum.

São os estudos em didática da matemática que se ocupam em dar respostas para as indagações em torno dessa questão do erro. Junto a tudo isso, importantes desdobramentos acompanham toda essa discussão colaborando para mais achados no tema. A exemplo, a Teoria das Situações Didáticas. Não trataremos aqui, mas

afirmamos ter feito parte do arcabouço de estudos para o nosso trabalho.

Encerramos com um sabor de querer fazer um pouco mais. Cada leitura uma inspiração. Talvez porque o tema remete muito à experiência vivida como professor em sala de aula, e daí a angústia por respostas imediatas a essa questão do erro, tão central no processo de ensino que nós professores nos voltamos na intensa vida docente.

Assim como apresentado por Schubring (2018), em vários lugares do texto, em especial no final do capítulo II (Obstáculos Epistemológico), gostaríamos de ter caminhado nossa atividade apontando questionamentos mais contundentes ao tema. Não conseguimos, pois, é uma primeira objeção que fazemos a esse assunto e, portanto, não foi possível demonstrar a maturidade suficiente ainda.

A propósito, fica aqui o registro do interesse para um estudo amplo do tema não só para a busca de entendimentos, mas para as respostas que surgem das ações de sala de aula. Ao mesmo tempo, agradecemos a oportunidade para esse contato tão motivador para a continuação das nossas investigações como professor e no trabalho de pesquisa.

4 REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BROUSSEAU, G. **Theory os Didactical Situations in Mathematics**: didactiques des mathématiques, 1970-1990. New York: Klumer Academic Publishers, 2002

BROUSSEAU, Guy. **A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.

BORGES, Walter Aparecido. **Obstáculos epistemológicos e linguagem de alunos do ensino médio na aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas**. Anais XV EBRAPEM Campina Grande: Realize Editora, 2011.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos – exemplos de obstáculos**

epistemológicos. São Paulo: Física, 2018.

SCHUBRING, Gert. **Reflexões sobre o conhecimento científico – Coletivo Gertiano.** Curitiba: Appris, 2019.